

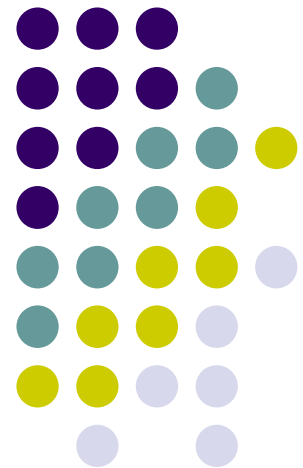
# BAB 9

# DERET FOURIER

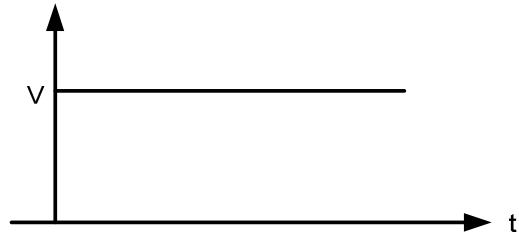
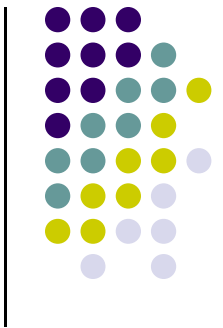


Oleh :

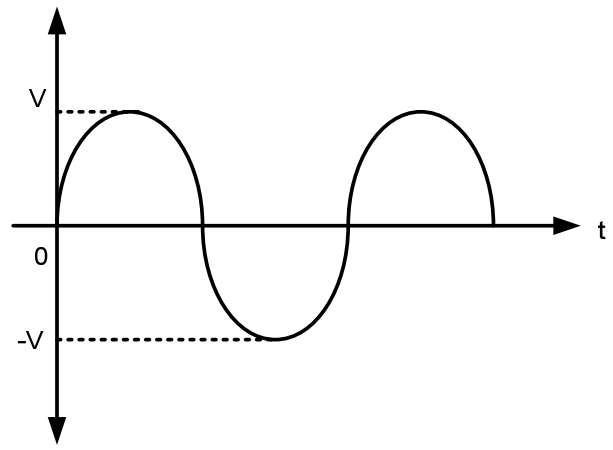
Ir. A.Rachman Hasibuan dan  
Naemah Mubarakah, ST



# 9.1 Pendahuluan

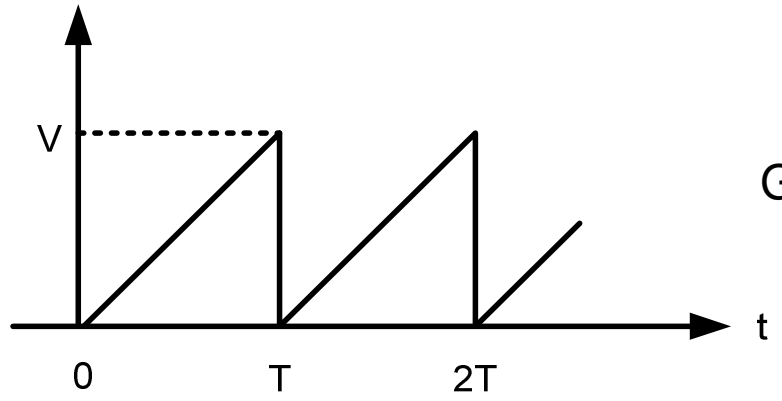


(a)



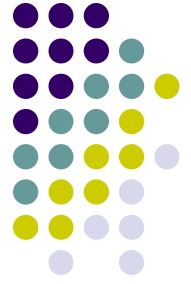
(b)

Gambar 9.1 Fungsi-fungsi eksistensi (a)  $v = \text{konstan}$  ; (b)  $v = V \sin \omega t$



Gambar 9.2 Gelombang gigi gergaji

Gelombang gergaji ini dapat dinyatakan sebagai  $f(t) = (V/T)t$  dalam interval  $0 < t < T$  dan oleh  $f(t) = (V/T)(t - T)$  dalam interval  $T < t < 2T$ .



## 9.2 Deret Fourier Trigonometri

Suatu fungsi  $f(t)$  dikatakan periodik apabila :

$$f(t) = f(t + nT)$$

dimana  $n$  adalah bilangan bulat/integer dan  $T$  adalah periode dari  $f(t)$ ,

Menurut teori Fourier setiap fungsi periodik dengan frekuensi  $\omega_0$  dapat di ekspresikan sebagai perjumlahan dari fungsi sinus ataupun kosinus atau :

$$f(t) = \underbrace{a_0}_{dc} + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)}_{ac}$$

$\omega_0 = 2\pi/T$  disebut sebagai frekuensi dasar

$\sin n\omega_0 t$  atau  $\cos n\omega_0 t$  merupakan harmonisa yang ke- $n$  dari  $f(t)$  dan bila  $n$  merupakan bilangan ganjil disebut harmonisa ganjil dan bila genap disebut harmonisa genap

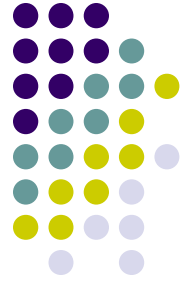


Suatu fungsi  $f(t)$  dapat dinyatakan dengan sebuah deret Fourier apabila :

1.  $f(t)$  memiliki nilai tunggal untuk setiap  $t$ .
2. Jika  $f(t)$  tidak kontinyu maka hanya terdapat jumlah diskontinuitas terbatas pada periode  $T$ .
3. Memiliki jumlah maksimum dan minimum yang terbatas dalam periode.
4.  $\int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)| dt < \infty$  Untuk setiap  $t_0$ .

syarat-syarat ini disebut sebagai syarat Dirichlet

Adapun proses untuk menentukan koefisien  $a_0$  ;  $a_n$  dan  $b_n$  disebut sebagai analisa. Fourier, dimana dalam analisa Fourier ini ada beberapa bentuk integral trigonometri yang sangat membantu diantaranya :



$$\int_0^T \sin n\omega_0 dt = 0 \rightarrow \text{semua } n \dots\dots\dots (a)$$

$$\int_0^T \cos n\omega_0 dt = 0 \rightarrow \text{semua } n \neq 0 \dots\dots\dots (b)$$

$$\int_0^T \sin n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt = 0 \rightarrow \text{semua } n, m \dots\dots (c)$$

$$\int_0^T \sin n\omega_0 \sin m\omega_0 t dt = 0 \rightarrow n \neq m \dots\dots\dots (d)$$

$$\int_0^T \cos n\omega_0 \cos m\omega_0 t dt = 0 \rightarrow n \neq m \dots\dots\dots (e)$$

$$\int_0^T \cos^2 n\omega_0 dt = T/2 \rightarrow \text{semua } n \dots\dots\dots (f)$$

$$\int_0^T \cos^2 m\omega_0 t dt = T/2 \rightarrow \text{semua } m \dots\dots\dots (g)$$

Dari analisa Fourir, didapat :

$$a_o = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad ; \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_o t dt \quad \text{dan} \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_o t dt$$

Maka :

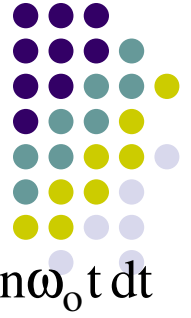
$$f(t) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_o t + \phi_n)$$

$$a_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_o t + \phi_n) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \phi_n) \cos n\omega_o t - (A_n \sin \phi_n) \sin n\omega_o t$$

Sehingga :

$$a_n = A_n \cos \phi_n \quad ; \quad b_n = -(A_n \sin \phi_n) \quad ; \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad ; \quad \phi_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

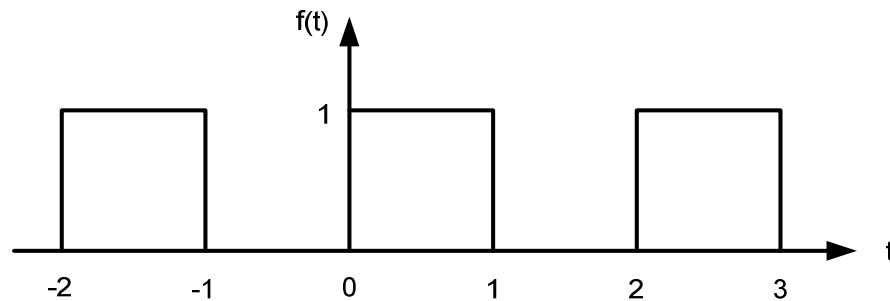
dalam bentuk kompleks :  $A_n \angle \phi_n = a_n - jb_n$





**Contoh :**

Carilah bentuk deret Fourier gelombang dibawah ini dan gambarkan juga spektrum amplitudo dan spektrum fasa dari gelombang tersebut.



**Jawab :**

Adapun deret Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

Adapun bentuk persamaan gelombang diatas :

$$f(t) = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 < t < 1 \\ 0 \rightarrow 1 < t < 2 \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2} \left[ \int_0^1 1 dt + \int_0^2 0 dt \right] = \frac{1}{2} t \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

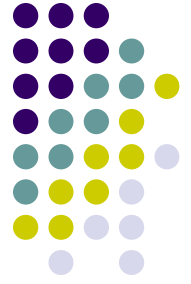
$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{2}{2} \left[ \underbrace{\int_0^1 1 \cos n\pi t dt}_{\frac{1}{n\pi} \sin \pi t \Big|_0^1} + \underbrace{\int_1^2 0 \cos n\pi t dt}_0 \right] = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt = \frac{2}{2} \left[ \underbrace{\int_0^1 1 \sin n\pi t dt}_{-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi t \Big|_0^1} + \underbrace{\int_1^2 0 \sin n\pi t dt}_0 \right] = -\frac{1}{n\pi} (\cos n\pi - 1)$$

$$b_n = \frac{1}{n\pi} [1 - (-1)^n] = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} \rightarrow \text{untuk harga } n \text{ ganjil} \\ 0 \rightarrow \text{untuk harga } n \text{ genap} \end{cases}$$







Harga-harga  $a_0$ ,  $a_n$  dan  $b_n$  yang telah diperoleh disubstitusikan ke persamaan umum deret fourier, maka deret Fourier dari bentuk gelombang diatas adalah :

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \pi t + \frac{2}{3\pi} \sin 3\pi t + \frac{2}{5\pi} \sin 5\pi t + \dots$$

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi t \rightarrow \text{dalam hal ini: } n = 2k - 1$$

untuk mendapatkan spektrum amplitudo dan spektrum fasa :

$$A_n = \sqrt{\underbrace{a_n^2}_{\downarrow 0} + \underbrace{b_n^2}_{\downarrow}} = |b_n| = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} \rightarrow n \text{ ganjil} \\ 0 \rightarrow n \text{ genap} \end{cases}$$

$b_n = \frac{2}{n\pi} \rightarrow n \text{ ganjil}$

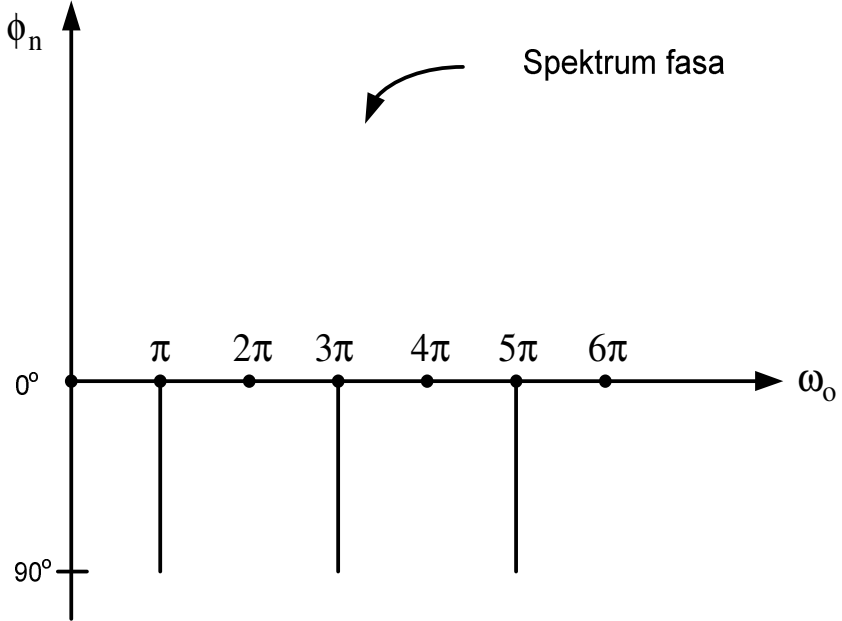
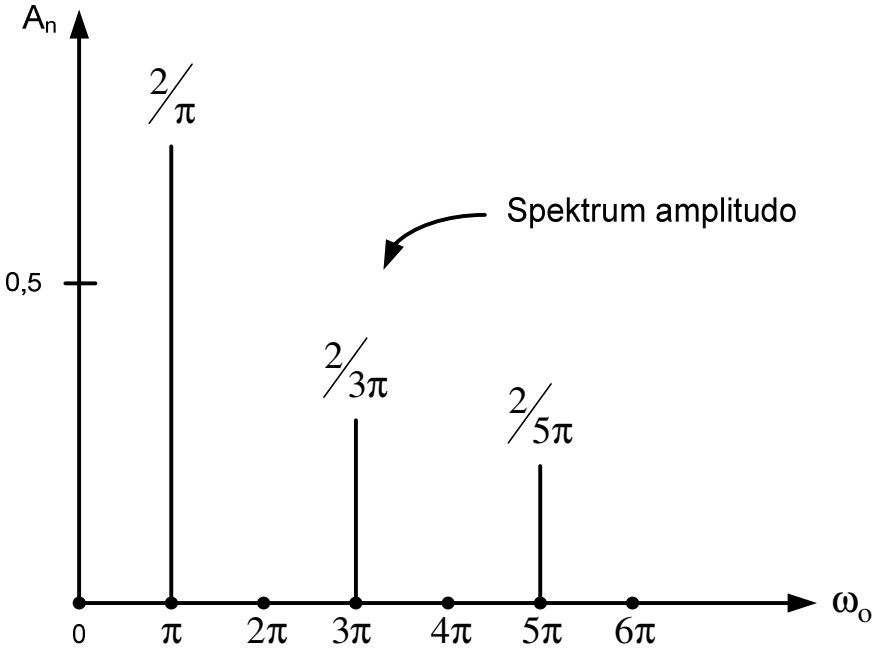
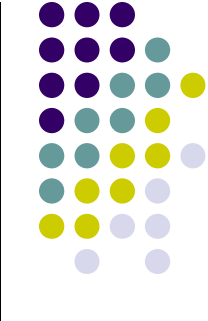
$$\phi_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n} = \begin{cases} -90^\circ \rightarrow n \text{ genap} \\ 0^\circ \rightarrow n \text{ ganjil} \end{cases}$$

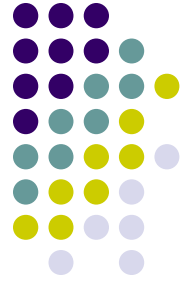


Telah diketahui didepan bahwa  $\omega_0 = \pi$  dan harga  $A_n$  dan  $\phi_n$  untuk beberapa harga  $n$  maka hasilnya seperti pada tabel dibawah ini.

$n$	$A_n =  b_n  = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} \rightarrow n \text{ ganjil} \\ 0 \rightarrow n \text{ genap} \end{cases}$	$\phi_n = \begin{cases} -90^\circ \rightarrow n \text{ genap} \\ 0^\circ \rightarrow n \text{ ganjil} \end{cases}$
1	$\frac{2}{\pi}$	$-90^\circ$
2	0	$0^\circ$
3	$\frac{2}{3\pi}$	$-90^\circ$
4	0	$0^\circ$
5	$\frac{2}{5\pi}$	$-90^\circ$
6	0	$0^\circ$

maka spektrum amplitudo :

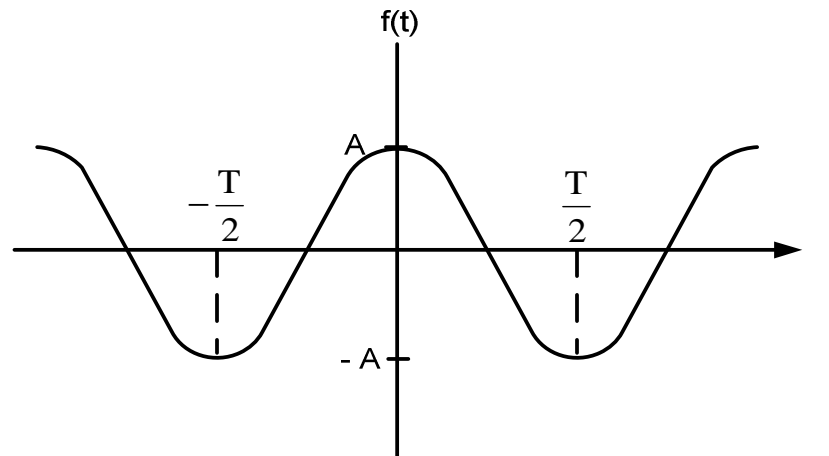




## 9.3 Kesimetrisan

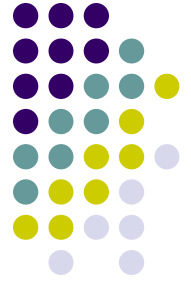
### 9.3.1 Simetris Genap

$f(t) = f(-t) \rightarrow$  untuk semua harga  $t$



Gambar 9.3 Fungsi Genap

$$\left. \begin{array}{l} f(t) = -A \rightarrow \text{untuk harga } t = T/2 \\ f(t) = -A \rightarrow \text{untuk harga } t = -T/2 \end{array} \right\} \text{maka : } f(T/2) = f(-T/2)$$



Adapun sifat yang utama dari fungsi genap ini adalah :

$$\int_{-T/2}^{T/2} f_e(t) dt = 2 \int_0^{T/2} f_e(t) dt$$

dimana notasi e pada  $f_e(t)$  untuk melambangkan fungsi genap (even).

didapat koefisien-koefisien Fourier-nya :

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt$$

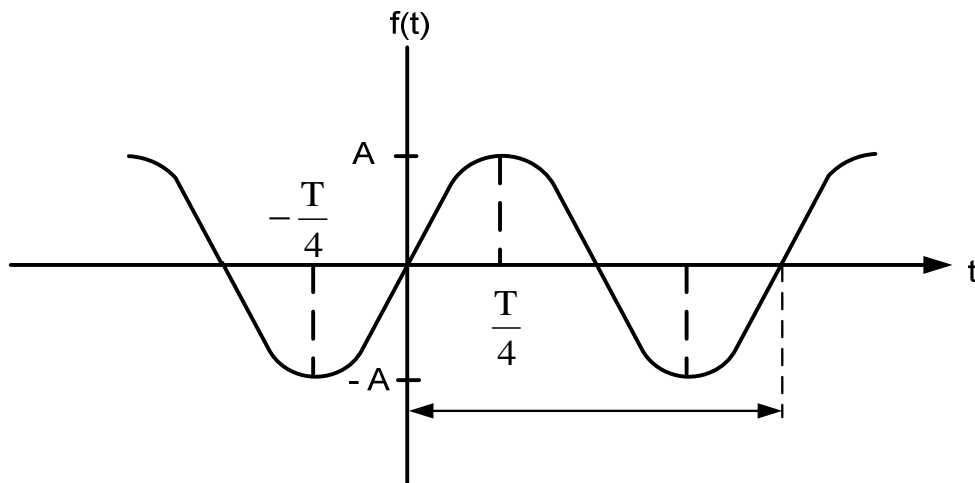
$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt$$

$$b_n = 0$$

## 9.3.2 Simetris Ganjil



$$f(-t) = -f(t) \rightarrow \text{untuk semua harga } t$$



Gambar 9.4 Fungsi Ganjil

$$\left. \begin{array}{l} f(t) = A \rightarrow \text{untuk harga } t = \frac{T}{4} \\ f(t) = -A \rightarrow \text{untuk harga } t = -\frac{T}{4} \end{array} \right\} \text{maka : } f\left(-\frac{T}{4}\right) = f\left(\frac{T}{4}\right)$$



Adapun bentuk umum fungsi ini adalah :

$$\int_{-T/2}^{T/2} f_o(t) dt = 0$$

dimana  $f_o(t)$  hanya berupa simbol dari fungsi ganjil (Odd).

Untuk fungsi ganjil ini harga-harga :

$$A_0 = 0$$

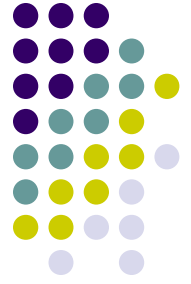
$$a_n = 0$$

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Setiap fungsi periodik  $f(t)$  dapat merupakan gabungan fungsi-fungsi genap atau ganjil saja ataupun gabungan fungsi genap atau ganjil

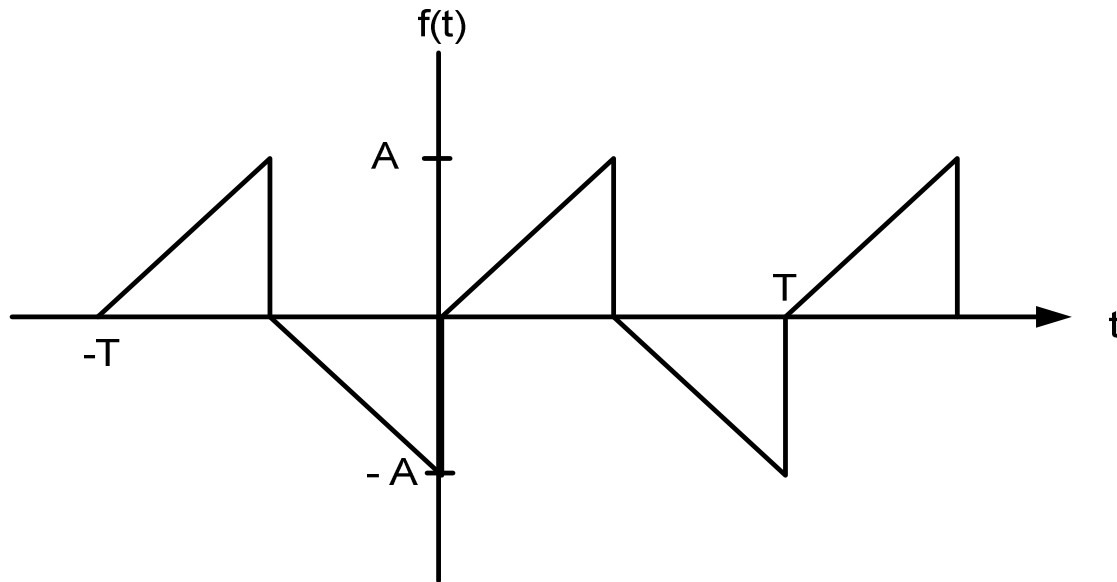
$$f(t) = a_0 + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega_0 t}_{\text{genap}} + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t}_{\text{ganjil}} = f_e(t) + f_o(t)$$

### 9.3.3 Simetris Gelombang Setengah



Suatu fungsi dikatakan simetris gelombang setengah apabila :

$$f\left(t - \frac{T}{2}\right) = -f(t) \rightarrow (\text{ganjil})$$



Gambar 9.5 Contoh gelombang setengah simetris (ganjil)



Koefisien Fourier nya :



$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt = \frac{1}{T} \left[ \int_{-T/2}^0 f(t) dt + \int_0^{T/2} f(t) dt \right] \rightarrow a_0 = \frac{1}{T} \left[ - \int_0^{T/2} f(x) dx + \int_0^{T/2} f(t) dt \right] = 0$$

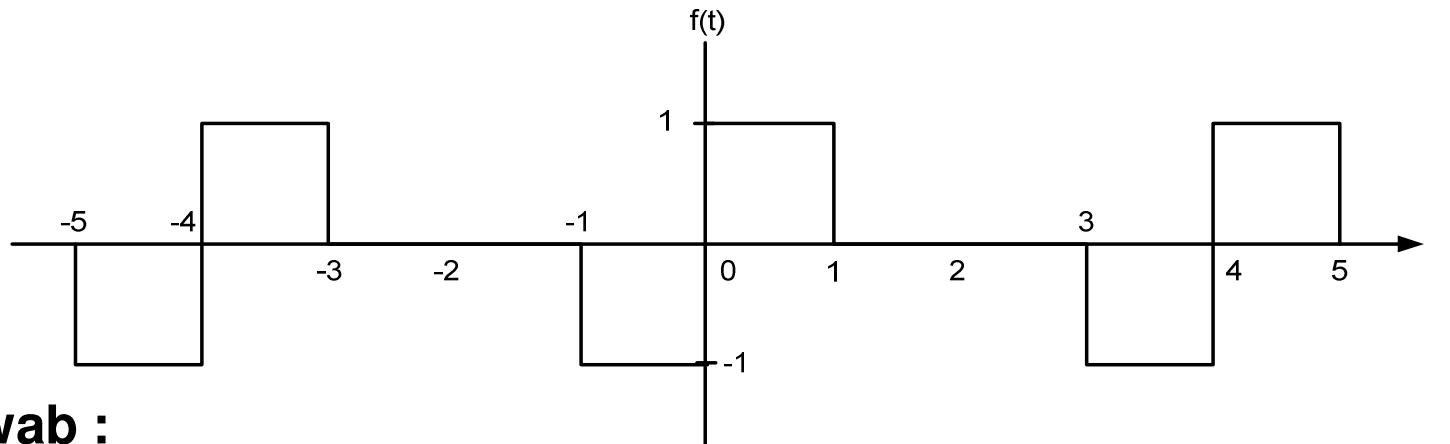
$$a_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{-T/2}^0 f(t) \cos n\omega_0 t dt + \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} [1 - (-1)^n] \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt = \begin{cases} \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos n\omega_0 t dt & \dots\dots\dots \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ 0 & \dots\dots\dots \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

$$b_n = \begin{cases} \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt & \dots\dots\dots \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ 0 & \dots\dots\dots \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

## Contoh :

Carilah deret Fourir dari  $f(t)$  yang tergambar di bawah ini :



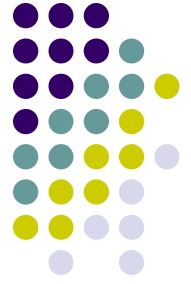
## Jawab :

Fungsi ini adalah fungsi ganjil sehingga  $a_0 = 0 = a_n$  dimana periodenya  $T = 4$  sehingga  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ , maka :

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad \rightarrow \quad b_n = \frac{4}{4} \left[ \int_0^1 1 \sin n \frac{\pi}{2} t dt + \int_1^2 0 \sin n \frac{\pi}{2} t dt \right]$$

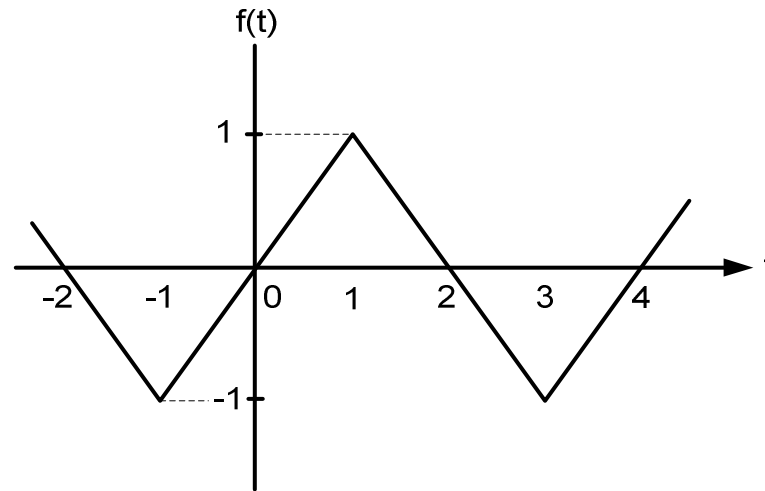
$$b_n = -\frac{2}{n\pi} \cos \frac{n\pi t}{2} \Big|_0^1 = \frac{2}{n\pi} \left( 1 - \cos \frac{n\pi}{2} \right) \quad \rightarrow \quad f(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( 1 - \cos \frac{n\pi}{2} \right) \sin \frac{n\pi}{2}$$

maka terlihat bahwa deret merupakan deret Fourir sinus.



**Contoh :**

Carilah deret Fourir dari fungsi di bawah ini :



**Jawab :**

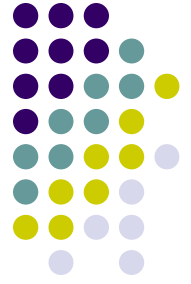
Fungsi adalah gelombang ganjil setengah simetris, sehingga  $a_0 = 0 = a_n$  dengan periode  $T = 4$  dan  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ . Maka :

$$f(t) = 1 \rightarrow -1 < t < 1$$

Maka :

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin n\omega_0 t dt \rightarrow b_n = \frac{8}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2}$$

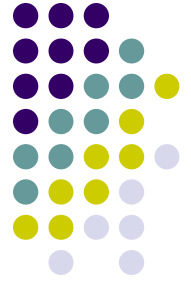
karena  $\sin(-x) = -\sin x$  pada fungsi ganjil dan  $\cos(-x) = \cos x$  pada fungsi genap, maka :



$$b_n = \begin{cases} \frac{8}{n^2 \pi^2} (-1)^{(n-1)/2} & \text{untuk } n = \text{ganjil} = 1, 3, 5, \dots \\ \frac{4}{n\pi} (-1)^{(n+2)/2} & \text{untuk } n = \text{genap} = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

sehingga :

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{2} t$$

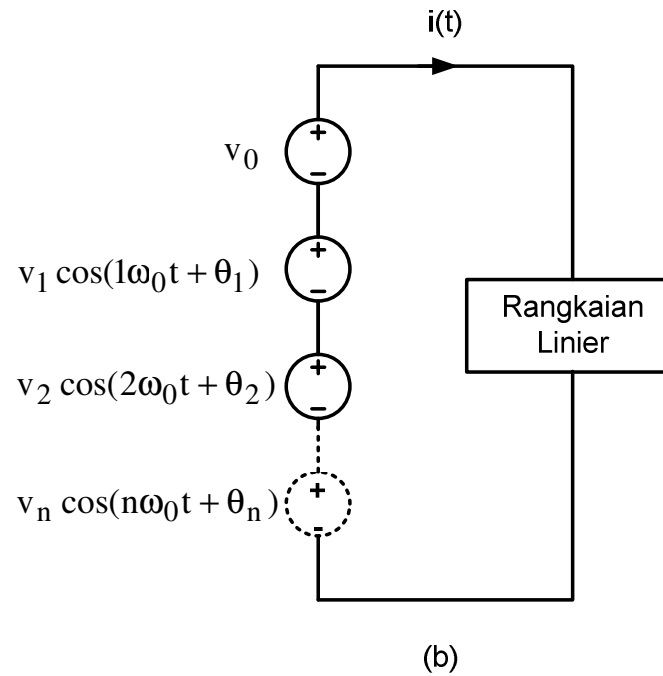
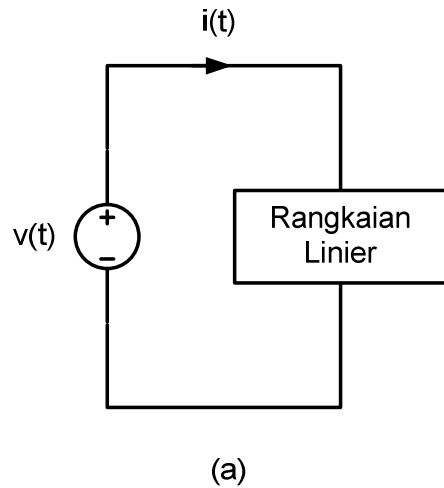
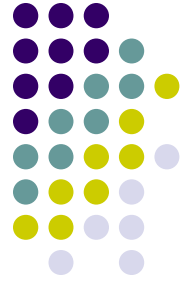


## 9.4 Pemakaian Pada Rangkaian Listrik

Untuk mendapatkan respons steady state rangkaian terhadap eksitasi non-sinusoidal periodik ini diperlukan pemakaian deret Fourier, analisis fasor ac dan prinsip superposisi.

Adapun langkah-langkah yang diperlukan diantaranya :

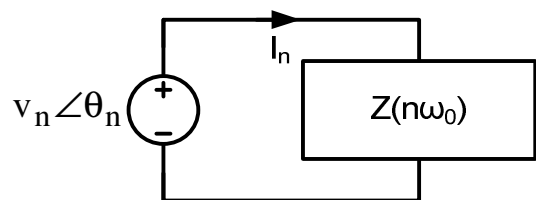
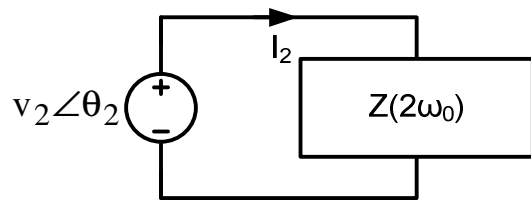
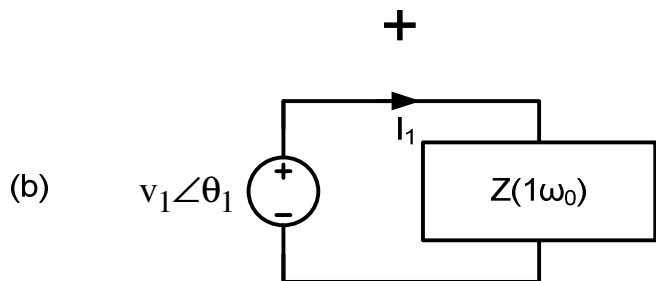
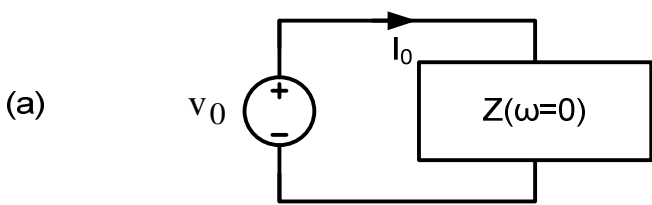
1. Nyatakan eksitasi dalam deret Fourier.
2. Transformasikan rangkaian dari bentuk wawasan waktu menjadi wawasan frekuensi.
3. Cari response komponen dc dan ac dalam deret Fourier.
4. Jumlahkan masing-masing response secara superposisi.



Gambar 9.6 a) Rangkaian linier dengan sumber tegangan periodik  
b) Merepresentasikan deret Fourier (wawasaan waktu)

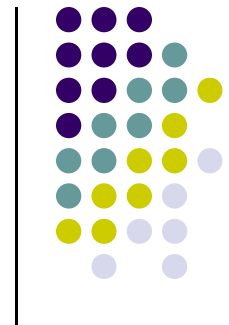
adapun pernyataan deret Fourier-nya :

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$



Gambar 9.7 a) Respons steady state komponen dc  
b) Respons steady state komponen ac (wawasan frekuensi)

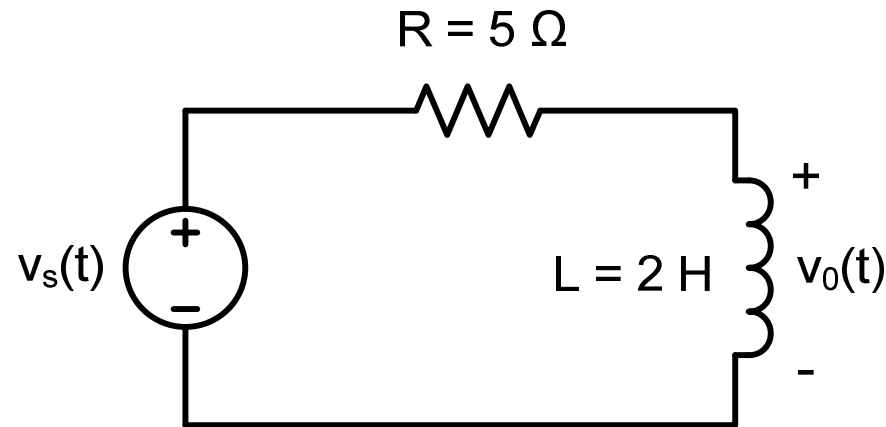
$$i(t) = i_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |I_n| \cos(n\omega_0 t + \Psi_n)$$





**Contoh :**

Rangkaian seperti di bawah ini :



Bilamana sumber tegangan  $v_s(t)$  pada rangkaian berbentuk :

$$v_s(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi t \rightarrow n = 2k - 1 \quad (*)$$

Carilah  $v_0(t)$ .



**Jawab :**

$$V_0 = \frac{j\omega_n L}{R + j\omega_n L} V_s = \frac{j2n\pi}{5 + j2n\pi} V_s$$

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{j2n\pi}{5 + j2n\pi} \rightarrow \text{atau : } V_0 \left( \frac{1}{V_s} \right) = \frac{1}{5 + j2n\pi} (j2n\pi)$$

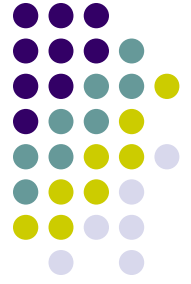
$$\frac{1}{V_s} = j2n\pi \rightarrow \text{atau : } V_s = \frac{1}{j2n\pi} = \frac{1}{n\pi} \left( \frac{1}{j2} \right) = \frac{1}{n\pi} (-j2) = \frac{1}{n\pi} (2 \angle -90^\circ)$$

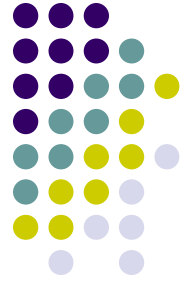
$$V_s = \frac{2}{n\pi} \angle -90^\circ \rightarrow V_0 = \frac{j2n\pi}{5 + j2n\pi} \left( \frac{2}{n\pi} \angle -90^\circ \right)$$

$$V_0 = \frac{4 \angle -\tan^{-1} \left( \frac{2n\pi}{5} \right)}{\sqrt{25 + 4n^2 \pi^2}}$$

dan dalam wawasan waktu :

$$V_0(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\sqrt{25 + 4n^2 \pi^2}} \cos \left( n\pi t - \tan^{-1} \frac{2n\pi}{5} \right) \rightarrow \text{untuk : } n = 2k - 1$$

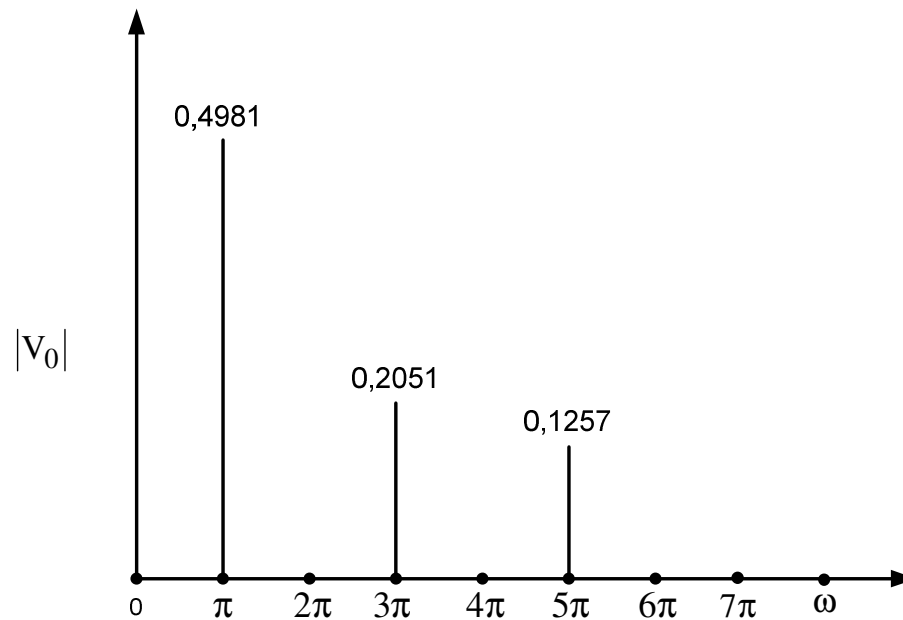




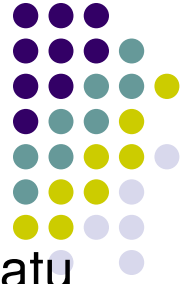
maka dengan mensubstitusikan harga ( $k = 1, 2, 3, \dots$  atau  $n = 1, 3, 5, \dots$ ) untuk harmonisa ganjil akan diperoleh :

$$V_0(t) = 0,4981 \cos (1\pi t - 51,49^\circ) + 0,2051 \cos (3\pi t - 75,14^\circ) + 0,1257 \cos (5\pi t - 80,96^\circ) + \dots \text{Volt}$$

dan kalau digambarkan spektrum amplitudo-nya :



## 9.5 Daya Rata-rata dan RMS



Untuk mendapatkan harga daya rata-rata yang diserap oleh suatu rangkaian dengan sumber suatu fungsi periodik , yaitu :

$$v(t) = V_{dc} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$

$$i(t) = I_{dc} + \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cos(m\omega_0 t - \phi_m)$$

sedangkan sebagaimana diketahui bahwa daya rata-rata adalah :

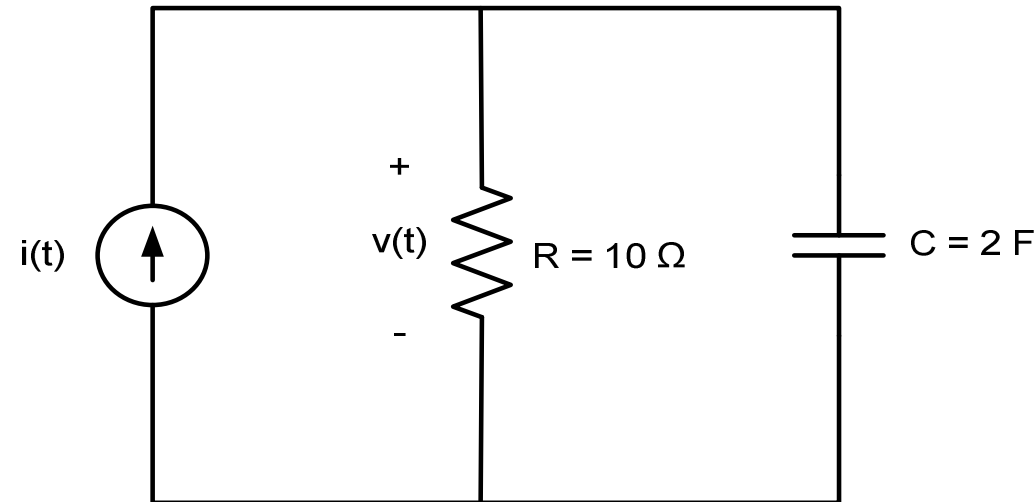
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T vi \, dt \quad \longrightarrow \quad P = V_{dc} I_{dc} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n - \phi_n)$$

harga efektif (rms) dari suatu  $f(t)$  adalah :

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) \, dt} \quad \longrightarrow \quad F_{rms} = \sqrt{a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)}$$

**Contoh :**

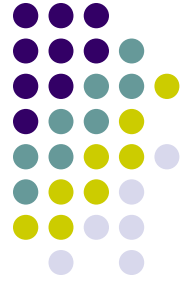
Rangkaian seperti di bawah ini :

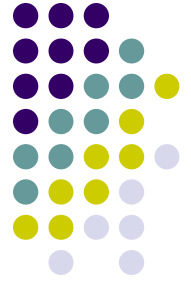


Carilah daya rata-rata yang diberikan oleh sumber ke rangkaian bilamana :

$$i(t) = 2 + 10 \cos(t + 10^\circ) + 6 \cos(3t + 35^\circ) \text{ A}$$

dan cari pula  $V_{\text{rms}}$ .





**Jawab :**

Impedansi rangkaian :

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{R + X_C} = \frac{10 \left( \frac{1}{j2\omega} \right)}{10 + \left( \frac{1}{j2\omega} \right)} = \frac{\left( \frac{10}{j2\omega} \right)}{\frac{j20\omega + 1}{j2\omega}} = \frac{10}{1 + j20\omega}$$

maka :

$$V = I \cdot Z = I \cdot \frac{10}{1 + j20\omega} = \frac{10 \cdot I}{1 + j20\omega} = \frac{10 \cdot I}{\sqrt{1^2 + (20\omega)^2} \angle \tan^{-1} \frac{20\omega}{1}} = \frac{10 \cdot I}{\sqrt{1 + 400\omega^2} \angle \tan^{-1} 20\omega}$$

untuk komponen dc ( $\omega = 0$ ) :

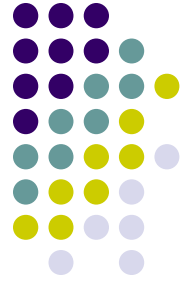
$$I = 2 \text{ A} \quad \longrightarrow \quad V = \frac{10(2)}{\sqrt{1 + 400(0)^2} \angle \tan^{-1} 20(0)} = 20 \text{ v}$$

untuk  $\omega = 1$  rad/det, maka :

$$I = 10 \angle 10^\circ \rightarrow \text{ dan } V = \frac{10(10 \angle 10^\circ)}{\sqrt{1 + 400(1)^2} \angle \tan^{-1} 20(1)} = \frac{100 \angle 10^\circ}{20 \angle 87,14^\circ} = 5 \angle -77,14^\circ$$

untuk  $\omega = 3$  rad/det, maka :

$$I = 6 \angle 35^\circ \rightarrow \text{ dan } V = \frac{10(6 \angle 35^\circ)}{\sqrt{1 + 400(3)^2} \angle \tan^{-1} 20(3)} = \frac{60 \angle 35^\circ}{60 \angle 89,04^\circ} = 1 \angle -54,04^\circ$$



sehingga dalam wawasan waktu :

$$v(t) = 20 + 5 \cos(t - 77,14^\circ) + 1 \cos(3t - 54,04^\circ) \text{ V}$$

Adapun daya rata-rata dapat dihitung dengan :

$$P = V_{dc} I_{dc} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n - \phi_n)$$

$$P = 20(2) + \frac{1}{2} (5)(10) \cos[77,14^\circ - (-10^\circ)] + \frac{1}{2} (1)(6) \cos[54,04^\circ - (-35^\circ)]$$

$$P = 40 + 1,247 + 0,05 = 41,297 \text{ W}$$

cara lain :

$$P = \frac{V_{dc}^2}{R} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|V_n|^2}{R} = \frac{20^2}{10} + \frac{1}{2} \frac{5^2}{10} + \frac{1}{2} \frac{1^2}{10} = 40 + 1,25 + 0,06 = 41,30 \text{ W}$$



**Contoh :**

Suatu tegangan diekspresikan dengan :

$$v(t) = 1 - 1,414 \cos(t + 45^\circ) + 0,8944 \cos(2t + 63,45^\circ) - 0,6345 \cos(3t + 71,56^\circ) + \\ - 0,4851 \cos(4t + 78,7^\circ) + \dots$$

carilah harga rms dari tegangan ini.

**Jawab :**

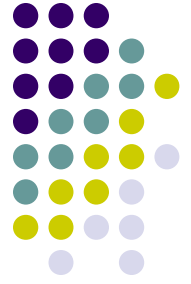
Dengan menggunakan :

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2}$$

maka :

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{1^2 + \frac{1}{2} \left[ (-1,414)^2 + (0,8944)^2 + (-0,6345)^2 + (-0,4851)^2 \right]} = 1,649 \text{ V}$$

## 9.6 Bentuk Eksponensial Deret Fourier



$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad \rightarrow \quad c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Untuk mendapatkan harga rms

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{a_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$$

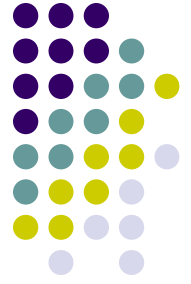
Karena :

$$|c_n| = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}} \quad \text{dan} \quad c_0^2 = a_0^2$$

Maka :

$$F_{\text{rms}} = \sqrt{c_0^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2}$$





**Contoh :**

Carilah bentuk eksponensial deret Fourier dari :

$$f(t) = e^t ; 0 < t < 2\pi \text{ dengan : } f(t + 2\pi) = f(t)$$

**Jawab :**

$$\text{Karena } T = 2\pi \rightarrow \text{ maka } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 1$$

maka :

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^t e^{-jnt} dt \rightarrow c_n = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{1-jn} e^{(1-jn)t} \Big|_0^{2\pi}$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi(1-jn)} \left[ e^{2\pi} e^{-j2\pi n} - 1 \right] \rightarrow e^{-j2\pi n} = \cos 2\pi n - j \sin 2\pi n = 1 - j0 = 1$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi(1-jn)} \left[ e^{2\pi} - 1 \right] = \frac{85,51}{(1-jn)}$$

sehingga deret Fourier-nya :

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{85,51}{(1-jn)} e^{jnt}$$