

<http://meetabied.wordpress.com>

SMAN 1 Bone-Bone, Luwu Utara, Sul-Sel

Kebahagiaan akan tumbuh berkembang manakala Anda membantu orang lain. Namun bilamana Anda tidak mencoba membantu sesama, kebahagiaan akan layu dan mengering. Kebahagiaan bagaikan sebuah tanaman, harus disirami tiap hari dengan sikap dan tindakan memberi (J. Donald Walters)

[RUMUS CEPAT MATEMATIKA]

Turunan

=====

Materi ini dapat disebarluaskan secara bebas, untuk tujuan bukan komersial, dengan atau tanpa menyertakan sumber. Hak Cipta selamanya pada Allah Swt. Salam hangat selalu ...
Muhammad Zainal Abidin | admin of <http://meetabied.wordpress.com>

1. UAN 2003/P-1/No.21

Grafik fungsi $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ hanya turun pada interval $-1 < x < 5$. Nilai $a + b = \dots$

- A. -21
- B. -9
- C. 9
- D. 21
- E. 24

Solusi

Gabungkan dengan info smart :

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$,
TURUNAN :
 $f'(x) < 0$ (syarat **turun**)
 $3x^2 + 2ax + b < 0 \dots (ii)$

\Rightarrow Bandingkan (i) dan (ii) :
 $2a = -12$, berarti $a = -6$
 $b = -15$

\Rightarrow Jadi $a + b = -6 - 15 = -21$

Info Smart

\Rightarrow Interval : $-1 < x < 5$
 artinya : $(x+1)(x-5) < 0$
 $x^2 - 4x - 5 < 0 \dots$ kali 3
 $3x^2 - 12x - 15 < 0 \dots (i)$



Jawaban : A

2. SPMB 2002/No.8

Fungsi $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ naik untuk nilai x yang memenuhi....

- A. $1 < x < 2$
- B. $-2 < x < -1$
- C. $-1 < x < 2$
- D. $x < -2$ atau $x > -1$
- E. $x < 1$ atau $x > 2$

Solusi

Gunakan info smart :

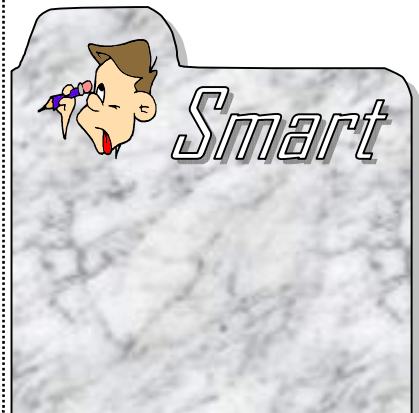
$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= 2x^3 - 9x^2 + 12x \\ 6x^2 - 18x + 12 &> 0 \\ x^2 - 3x + 2 &> 0 \\ (x - 1)(x - 2) &> 0 \\ \text{Jadi : } x &< 1 \text{ atau } x > 2 \end{aligned}$$

\uparrow
Kecil

\uparrow
Besar

Info Smart

- 📁 Jika $y = f(x)$ **Naik**, maka $f'(x) > 0$
- 📁 > 0 , artinya "kecil atau besar"



3. UAN 2003/P-2/No.22

Koordinat titik maksimum grafik fungsi

$$y = x^3 - 3x + 4 \text{ adalah...}$$

- A. (-1 ,6)
- B. (1 ,2)
- C. (1 ,0)
- D. (-1 ,0)
- E. (2 ,6)

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } y = x^3 - 3x + 4$$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$0 = 3x^2 - 3, \text{ berarti } x = \pm 1$$

✎ untuk $x = -1$ maka :

$$y = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

Jadi titik balik maksimumnya :

$(-1, 6)$

Jawaban : A

Info Smart

✎ Jika $y = f(x)$
maksimum atau
minimum, maka

$$\text{✎ } f'(x) = y' = 0$$



4. Ebtanas 2002/No.18

Jika $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 1}$ maka $f'(2) = \dots$

A. $-\frac{2}{9}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{7}{27}$

E. $\frac{7}{4}$

Info Smart

📁 Jika $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px^2 + qx + r}$,

Maka :

$$f'(x) = \frac{(aq - bp)x^2 + 2(ar - cp)x + (br - cq)}{(px^2 + qx + r)^2}$$



Smart

Gunakan info smart :

📁 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 0}{x^2 + 2x + 1}$,

$$f'(x) = \frac{(2+3)x^2 + 2(1-0)x + (-3-0)}{(x^2 + 2x + 1)^2}$$

$$f'(2) = \frac{5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 3}{(2^2 + 2 \cdot 2 + 1)^2}$$

$$= \frac{21}{81} = \frac{7}{27}$$

Jawaban : D

5. Ebtanas 2002/No.19

Ditentukan $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$. Fungsi f naik dalam interval....

- A. $-1 < x < 2$
- B. $1 < x < 2$
- C. $-2 < x < -1$
- D. $x < -2$ atau $x > -1$
- E. $x < 1$ atau $x > 2$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= 2x^3 - 9x^2 + 12x \\ 6x^2 - 18x + 12 &> 0 \\ x^2 - 3x + 2 &> 0 \rightarrow (x-1)(x-2) > 0 \\ \text{Jadi : } x &< 1 \text{ atau } x > 2 \end{aligned}$$

Jawaban : E

Info Smart

Jika $y = f(x)$ **Naik**,
maka $f'(x) > 0$

Perhatikan :
Soal UAN 2002
Sama dengan soal
SPMB 2002



Smart

6. Nilai maksimum dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 9$ pada interval $0 \leq x \leq 3$ adalah....

A. $9\frac{2}{3}$

B. $9\frac{5}{6}$

D. $10\frac{1}{2}$

C. 10

E. $10\frac{2}{3}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 9$$

$$f'(x) = x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = 2$$

$$\text{✎ } \text{Uji } x = 0 \text{ (interval bawah)}$$

$$f(0) = 0 - 0 + 0 + 9 = 9$$

$$\text{✎ } x = 1 \text{ (nilai stasioner)}$$

$$f(1) = 1/3 - 2/3 + 2 + 9$$

$$= 11 - 1/3 = 10\frac{2}{3}$$

$$\text{✎ } x = 2 \text{ (nilai stasioner)}$$

$$f(2) = 8/3 - 6 + 4 + 9$$

$$= 7 + 8/3 = 9\frac{2}{3}$$

$$\text{✎ } x = 3 \text{ (interval atas)}$$

$$f(3) = 9 - 27/2 + 6 + 9$$

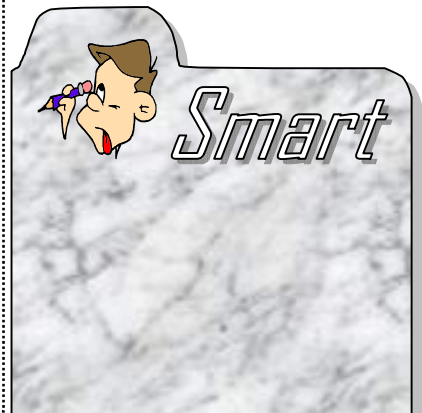
$$= 24 - 13\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$$

$$\text{✎ } \text{Jadi : } f_{\max} = 10\frac{2}{3}$$

Jawaban : E

Info Smart

- ✎ Setiap Soal yang menanyakan nilai "Maximum atau Minimum" arahkan pikiran ke "TURUNAN = 0"



7. UMPTN 1996

Kurva $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 7$ naik untuk x dengan...

- A. $x > 0$
- B. $-3 < x < 1$
- C. $-1 < x < 3$
- D. $x < -3$ atau $x > 1$
- E. $x < -1$ atau $x > 3$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= x^3 + 3x^2 - 9x + 7 \\ 3x^2 + 6x - 9 &> 0 \\ x^2 + 2x - 3 &> 0 \\ (x + 3)(x - 1) &> 0 \\ x < -3 \text{ atau } x > 1 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Info Smart

Jika $y = f(x)$ **Naik**,
maka $f'(x) > 0$

> 0 , artinya "**kecil**
atau **besar**"



Smart

8. UMPTN 1997

Garis singgung melalui titik dengan absis 3 pada kurva $y = \sqrt{x+1}$ adalah....

- A. $y - 4x + 5 = 0$
 B. $y - 3x - 5 = 0$
 C. $4y - x - 5 = 0$
 D. $3y - 4x - 5 = 0$
 E. $y - x - 5 = 0$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } y = \sqrt{x+1}, \text{ absis } (x) = 3, y = \sqrt{3+1} = 2$$

$$y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$y' = \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$m = y'_{x=3} = \frac{1}{2}(4)^{-1/2} = \frac{1}{4}$$

✎ Persamaan Garis Singgung :

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 3)$$

$$4y - x - 5 = 0$$

Jawaban : C

Info Smart

- ✎ Turunan $y = f(x)$ adalah $f'(x) = m$
 ✎ Persamaan Garis yang melalui (a, b) dengan gradient m adalah :
 $y - b = m(x - a)$



✎ $absis = x = 3$

maka $y = \sqrt{3+1} = 2$

✎ $(3, 2)$ uji kepilihan :

A. $y - 4x + 5 = 2 - 8 + 5 \neq 0$
 (salah)

C. $4y - x - 5 = 8 - 3 - 5 = 0$
 (benar)

Berarti Jawaban : C

9. UMPTN 1997

Diketahui $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ dan $g(x) = x^2 + 3x - 3$ Jika $h(x) = f(x) - 2g(x)$, maka $h'(x)$ adalah...

- A. $4x - 8$
- B. $4x - 2$
- C. $10x - 11$
- D. $2x - 11$
- E. $2x + 1$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✉ } h(x) &= f(x) - 2g(x) \\ &= 3x^2 - 5x + 2 - 2x^2 - 6x + 6 \\ &= x^2 - 11x + 8 \\ h'(x) &= 2x - 11 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Info Smart

$$\begin{aligned} \text{✉ } \text{Jika } g(x) &= x^2 + 3x - 3 \\ \text{maka :} \\ 2g(x) &= 2(x^2 + 3x - 3) \\ &= 2x^2 + 6x - 6 \end{aligned}$$



Smart

10. UMPTN 1997

Jika $f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$, maka turunan dari $f^{-1}(x)$ adalah....

A. $\frac{8x-10}{(x-3)^2}$

B. $\frac{10}{(x-3)^2}$

C. $\frac{8x}{(3-x)^2}$

D. $\frac{14-8x}{(x-3)^2}$

E. $\frac{14}{(3-x)^2}$

Solusi Biasa

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3x-2}{x+4} \text{ inversnya}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-4x-2}{x-3}$$

Missal $y = f^{-1}(x)$, maka :

$$y = \frac{-4x-2}{x-3}$$

$$y' = \frac{u'v - u.v'}{v^2}$$

$$= \frac{-4(x-3) - (-4x-2).1}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{-4x+12+4x+2}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{14}{(x-3)^2}$$

Jawaban : E

Info Smart

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \text{Turunan}$$

dari inversnya :

$$(f^{-1}(x))' = \frac{(ad-bc)}{(cx-a)^2}$$



Smart

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$$

Turunan inversnya :

$$(f^{-1}(x))' = \frac{(3.4 - (-2).1)}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{14}{(3-x)^2}$$

11. UMPTN 1997

Jika $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x-2}$, maka $f'(2) = \dots$

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{8}$

C. $-\frac{1}{4}$ E. $-\frac{1}{2}$

Solusi Biasa

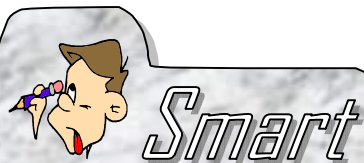
Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{Diketahui } f(x) &= \frac{\sqrt{2x}}{3x-2} \\ f'(x) &= \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x}}(3x-2) - \sqrt{2x} \cdot (3)}{(3x-2)^2} \\ f'(2) &= \frac{\frac{1}{2}(4) - 2 \cdot (3)}{(4)^2} \\ &= -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

$$\begin{aligned} \text{Diketahui } f(x) &= \frac{u}{v} \\ f'(x) &= \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \end{aligned}$$



12. UMPTN 1997

grafik dari $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ mempunyai garis singgung mendatar pada titik singgung....

- A. $(2, \frac{2}{3})$
 B. $(\frac{2}{3}, 2)$
 C. $(1, \frac{5}{8})$ dan $(\frac{2}{3}, 2)$
 D. $(\frac{5}{8}, 1)$ dan $(2, \frac{2}{3})$
 E. $(2, \frac{2}{3})$ dan $(1, \frac{5}{6})$

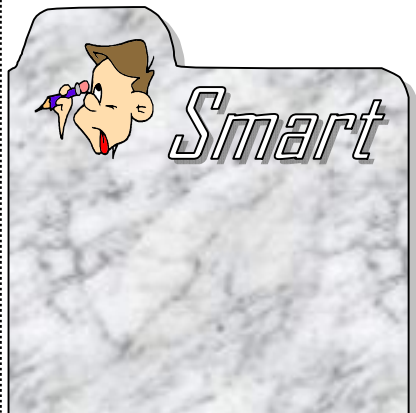
Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } y &= \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \\ y' &= x^2 - 3x + 2, \text{ mendatar} \\ y' &= 0 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ (x-2)(x-1) &= 0 \\ x &= 2 \text{ atau } x = 1 \end{aligned}$$

✎ *Pilihan yang terlihat untuk nilai x saja : E*

Info Smart



13. UMPTN 1998

Jika $f(x) = a \tan x + bx$ dan $f'(\frac{\pi}{4}) = 3$, $f'(\frac{\pi}{3}) = 9$

Maka $a + b = \dots$

- A. 0
- B. 1
- C. $\frac{1}{2} \pi$
- D. 2
- E. π

Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\begin{aligned} \square \quad f(x) &= a \tan x + bx \\ f'(x) &= a \sec^2 x + b \\ f'(\frac{\pi}{4}) &= 3 \rightarrow 2a + b = 3 \\ f'(\frac{\pi}{3}) &= 9 \rightarrow \underline{4a + b = 9} - \\ & \quad 2a = 6 \\ & \quad a = 3 \\ & \quad b = -3 \\ \text{Jadi : } a + b &= 3 - 3 = 0 \end{aligned}$$

Jawaban : A

Info Smart



14. UMPTN 1999

Jika $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$, $\sin x \neq 0$ dan f' adalah turunan f ,

maka $f'(\frac{1}{2}\pi) = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Solusi

Gabungkan dengan info smart :

$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$$

$$= 1 + \cot x$$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{(\sin \frac{\pi}{2})^2} = -\frac{1}{1^2} = -1$$

Jawaban : B

Info Smart

✎ Jika $y = 1 + \cot x$,
maka :

$$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$



Smart

15. UMPTN 1999/16

Jika nilai stasioner dari $f(x) = x^3 - px^2 - px - 1$ adalah $x = p$, maka $p = \dots$

- A. 0 atau 1
- B. 0 atau $1/5$
- C. 0 atau -1
- D. 1
- E. $1/5$

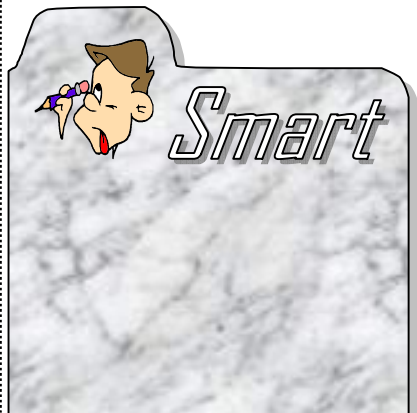
Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= x^3 - px^2 - px - 1 \\ 3x^2 - 2px - p &= 0 \rightarrow x = p \\ 3p^2 - 2p^2 - p &= 0 \\ p^2 - p &= 0 \\ p(p - 1) &= 0 \\ p &= 0 \text{ atau } p = 1 \end{aligned}$$

Info Smart

Stasioner \rightarrow arahkan pikiran ke :
"TURUNAN = 0"



Jawaban : A

16. UMPTN 1999/15

Grafik dari $y = 5x^3 - 3x^2$ memotong sumbu x di titik P . Jika gradien garis singgung di titik P sama dengan m , maka nilai $2m + 1 = \dots$

A. $2\frac{1}{5}$

B. $3\frac{3}{5}$

D. $4\frac{4}{5}$

C. $4\frac{3}{5}$

E. $8\frac{1}{5}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{☞ } y &= 5x^3 - 3x^2 \\ 5x^3 - 3x^2 &= 0 \\ x^2(5x - 3) &= 0, \rightarrow x = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' = m &= 15x^2 - 6x \\ &= 15\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{☞ } 2m + 1 &= 2\left(\frac{9}{5}\right) + 1 \\ &= \frac{23}{5} = 4\frac{3}{5} \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

- ☞ Memotong sumbu X , berarti : $y = 0$
- ☞ $y = f(x)$, maka gradien $m = y'$



Smart

17. UMPTN 1999/42

Diberikan suatu kurva dengan persamaan $y = f(x)$ dengan $f(x) = 4 + 3x - x^3$ untuk $x \neq 0$. Nilai maksimum dari $f(x)$ adalah....

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7
- E. 8

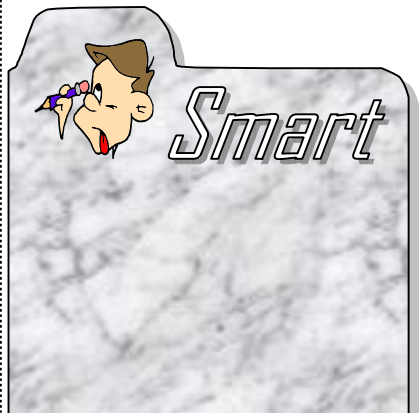
Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } f(x) &= 4 + 3x - x^3 \\ f'(x) &= 3 - 3x^2 \\ 0 &= 3 - 3x^2 \\ x^2 &= 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ \text{✎ } f(1) &= 4 + 3 \cdot 1 - 1^3 = 6 \\ f(-1) &= 4 - 3 - (-1)^3 = 2 \end{aligned}$$

✎ Jadi $f(x)$ maksimum = 6

Info Smart



Jawaban : C

18. Prediksi SPMB

Jika nilai maksimum fungsi $y = x + \sqrt{p - 2x}$ adalah 4,
maka $p = \dots$

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 7
- E. 8

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } y &= x + \sqrt{p - 2x} \\ y' &= 1 - \frac{2}{2\sqrt{p - 2x}} \\ \frac{2}{2\sqrt{p - 2x}} &= 1 \text{ Kuadratkan} \\ \frac{4}{4(p - 2x)} &= 1 \\ p - 2x &= 1 \\ 2x &= p - 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}(p - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } \text{Susupkan ke } y &= x + \sqrt{p - 2x} \\ 4 &= \frac{1}{2}(p - 1) + 1 \\ 8 &= p - 1 + 2 \\ p &= 7 \end{aligned}$$

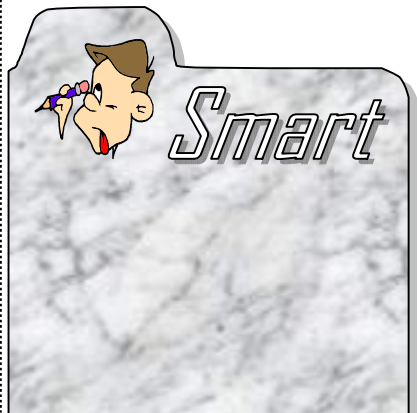
Jawaban : D

Info Smart

✎ Jika $y = \sqrt{u}$, maka

$$y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

✎ Maksimum = 4
,maksudnya : $y = 4$



19. Prediksi SPMB

Garis singgung di titik $(2, 8)$ pada kurva $f(x) = 2x\sqrt{x+2}$ memotong sumbu x dan sumbu y di titik $(a, 0)$ dan $(0, b)$. Nilai $a + b = \dots$

A. $-1\frac{1}{10}$

B. $-1\frac{1}{5}$

C. $-1\frac{3}{10}$

D. $-1\frac{3}{10}$

E. $-1\frac{3}{5}$

Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\text{✉ } f(x) = 2x\sqrt{x+2}$$

$$f'(x) = 2\sqrt{x+2} + 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

$$m = f'(x) = 4 + \frac{2}{2} = 5$$

✉ PG : melalui $(2, 8)$ dengan gradient 5

$$y - 8 = 5(x - 2)$$

$$x = 0 \rightarrow y = -2 \rightarrow b = -2$$

$$y = 0 \rightarrow x = 2/5 \rightarrow a = 2/5$$

$$\text{✉ } a + b = 2/5 + (-2) = -1\frac{3}{5}$$

Jawaban : E

Info Smart

✉ Jika $y = u \cdot v$, maka
 $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$$\text{✉ } f(x) = 2x\sqrt{x+2},$$

$$u = 2x \text{ dan } v = \sqrt{x+2}$$

$$u' = 2 \text{ dan}$$

$$v' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$



Smart

20. Prediksi SPMB

Turunan fungsi $y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}$ adalah....

- A. $8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$
 B. $8x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^2}$
 C. $12x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^2}$
 D. $12x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}$
 E. $16x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^2}$

Solusi

$$\text{✎ } y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}, \text{ misal } u = 3x^2 - 5$$

$$u' = 6x$$

$$\text{✎ } y = \sqrt[3]{u^4} = u^{\frac{4}{3}}$$

$$y' = \frac{4}{3} u^{\frac{1}{3}} \cdot u' = \frac{4}{3} (3x^2 - 5)^{\frac{1}{3}} \cdot 6x$$

$$= 8x(3x^2 - 5)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$$

Jawaban : A



Smart

✎ Perhatikan Triknya :

$$y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4} = \frac{4}{3} \cdot 6x \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^{4-3}}$$

$$= 8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$$