

RANGKUMAN INTEGRAL

Di Susun Oleh :
Syaiful Hamzah Nasution, S.Si., S.Pd.

Di dukung oleh :
Portal edukasi Indonesia
Open Knowledge and Education
<http://oke.or.id>



Copyright © oke.or.id

Artikel ini boleh dicopy ,diubah , dikutip, di cetak dalam media kertas atau yang lain, dipublikasikan kembali dalam berbagai bentuk dengan tetap mencantumkan nama penulis dan copyright yang tertera pada setiap document tanpa ada tujuan komersial.

RANGKUMAN INTEGRAL

By : Syaiful Hamzah Nasution, S.Si, SPd

BENTUK UMUM INTEGRAL TAK TENTU

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

$\int dx$: Lambang integral yang menyatakan operasi anti turunan

$f(x)$: fungsi integran, yaitu fungsi yang dicari antiturunannya

c : konstanta

TEOREMA-TEOREMA DALAM INTEGRAL TAK TENTU

TEOREMA 1

Jika n bilangan rasional dan $n \neq -1$, maka

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \text{ dengan } c \text{ adalah}$$

konstanta

TEOREMA 2

Jika f fungsi yang terintegralkan dan k suatu konstanta, maka $\int kf(x)dx = k \int f(x) dx$

TEOREMA 3

KELINEARAN

Jika f dan g fungsi-fungsi yang terintegralkan, maka

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

TEOREMA 4

ATURAN INTEGRAL TRIGONOMETRI

$$1. \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin x + c$$

$$2. \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos x + c$$

$$3. \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan x + c$$

INTEGRAL TENTU

BENTUK $\sqrt{a^2 - x^2}$, $\sqrt{a^2 + x^2}$, DAN $\sqrt{x^2 - a^2}$

Integral bentuk $\sqrt{a^2 - x^2}$ diubah menjadi $x = a \sin t$

Integral bentuk $\sqrt{a^2 + x^2}$ diubah menjadi $x = a \tan t$

Integral bentuk $\sqrt{x^2 - a^2}$ diubah menjadi $x = a \sec t$

DEFINISI

Andaikan f suatu fungsi yang didefinisikan pada selang tutup $[a, b]$, dan jika

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=a}^b f(x) \Delta x$ ada, maka

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=a}^b f(x) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

TEOREMA DASAR KALKULUS

Jika F adalah suatu anti turunan diferensial dari fungsi f dengan daerah asal

$D_f = \{ x \mid a \leq x \leq b \}$, maka

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Dengan : $F(x)$ = anti turunan dari $f(x)$ $f(x)$ = integran

TEOREMA-TEOREMA DALAM INTEGRAL TENTU

TEOREMA KELINEARAN

Jika f dan g terintegralkan pada interval [a, b] dan k suatu konstanta, maka :

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) \pm g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

TEOREMA PERUBAHAN

Jika f terintegralkan pada interval [a, b] maka :

$$\int_a^a k f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

TEOREMA INTERVAL

Jika f terintegralkan pada interval yang memuat tiga titik a, b, dan c, maka

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

TEOREMA KESIMETRIAN

a. f fungsi genap maka $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

b. f fungsi ganjil, maka $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

METODE SUBSTITUSI

Andaikan g suatu fungsi yang terdiferensialkan dan andaikan F adalah suatu anti-turunan dari f. sehingga, jika $u = g(x)$, maka

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + c = F(g(x)) + c$$

Langkah untuk mengintegalkan dengan metode substitusi adalah sebagai berikut

1. Memilih fungsi $u = g(x)$ sehingga

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du$$

2. Tentukan $\int f(u) du$

METODE PARSIAL

Apabila pengintegralan dengan metode substitusi tidak berhasil, kita dapat menggunakan teknik pengintegralan lain yang disebut Metode Parsial.

Misalkan u dan v adalah fungsi yang dapat dideferensialkan.

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

Misalkan u dan v adalah fungsi yang dapat dideferensialkan.

$$\int_a^b u dv = [uv]_a^b - \int_a^b v du$$

Ada dua hal yang perlu diperhatikan dalam menggunakan metode parsial, yaitu :

1. Pemilihan dv harus dapat diintegrasikan untuk memperoleh v , yaitu $v = \int dv$
2. $\int u du$ harus lebih mudah diselesaikan daripada $\int u dv$

METODE SUBSTITUSI DALAM INTEGRAL BENTUK TRIGONOMETRI

Bentuk $\int \sin^n x dx$ dan $\int \cos^n x dx$

Apabila n bilangan **bulat ganjil dan positif**, setelah mengeluarkan factor $\sin x$ atau $\cos x$, gunakan persamaan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Apabila n bilangan bulat genap dan positif, gunakan rumus setengah sudut berikut :

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \text{dan} \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Bentuk $\int \sin^m x \cos^n x dx$

Apabila m dan n ganjil dan positif, keluarkan factor $\sin x$ atau $\cos x$, kemudian gunakan :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Apabila m dan n bilangan bulat genap dan positif, gunakan rumus setengah sudut berikut :

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \text{dan} \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Bentuk $\int \sin ax \cos bx dx$, $\int \cos ax \sin bx dx$, $\int \sin ax \sin bx dx$, $\int \cos ax \cos bx dx$

Untuk menyelesaikan integral dalam bentuk tersebut, gunakan kesamaan berikut ini :

$$(1). \quad \sin ax \cos bx = \frac{1}{2} [\sin (a + b)x + \sin (a - b)x]$$

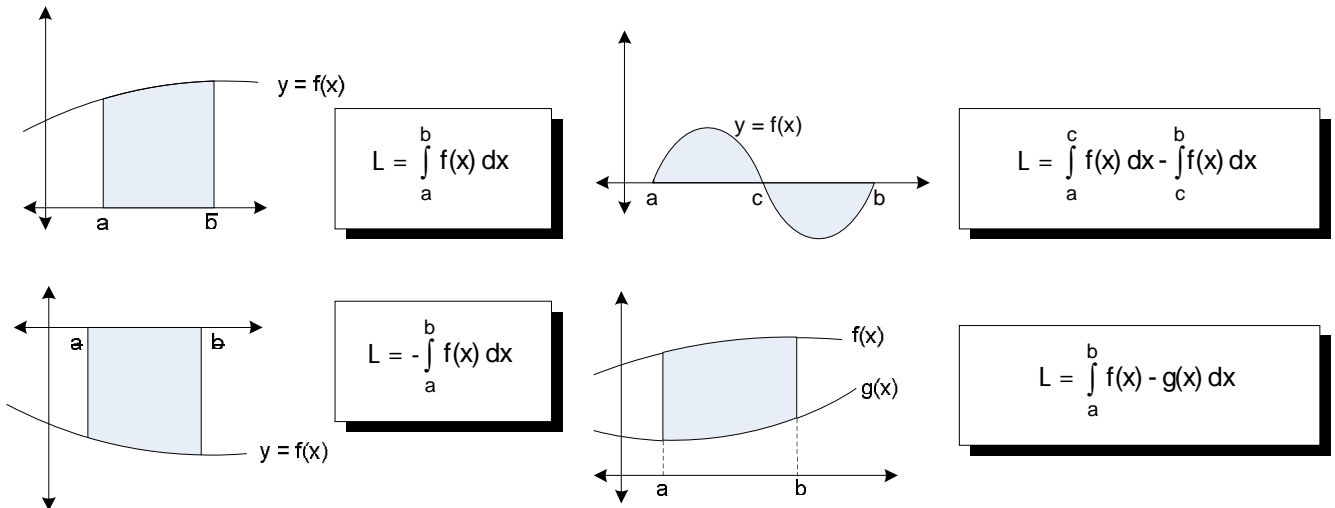
$$(2). \quad \cos ax \sin bx = \frac{1}{2} [\sin (a + b)x - \sin (a - b)x]$$

$$(3). \quad \cos ax \cos bx = \frac{1}{2} [\cos (a + b)x + \cos (a - b)x]$$

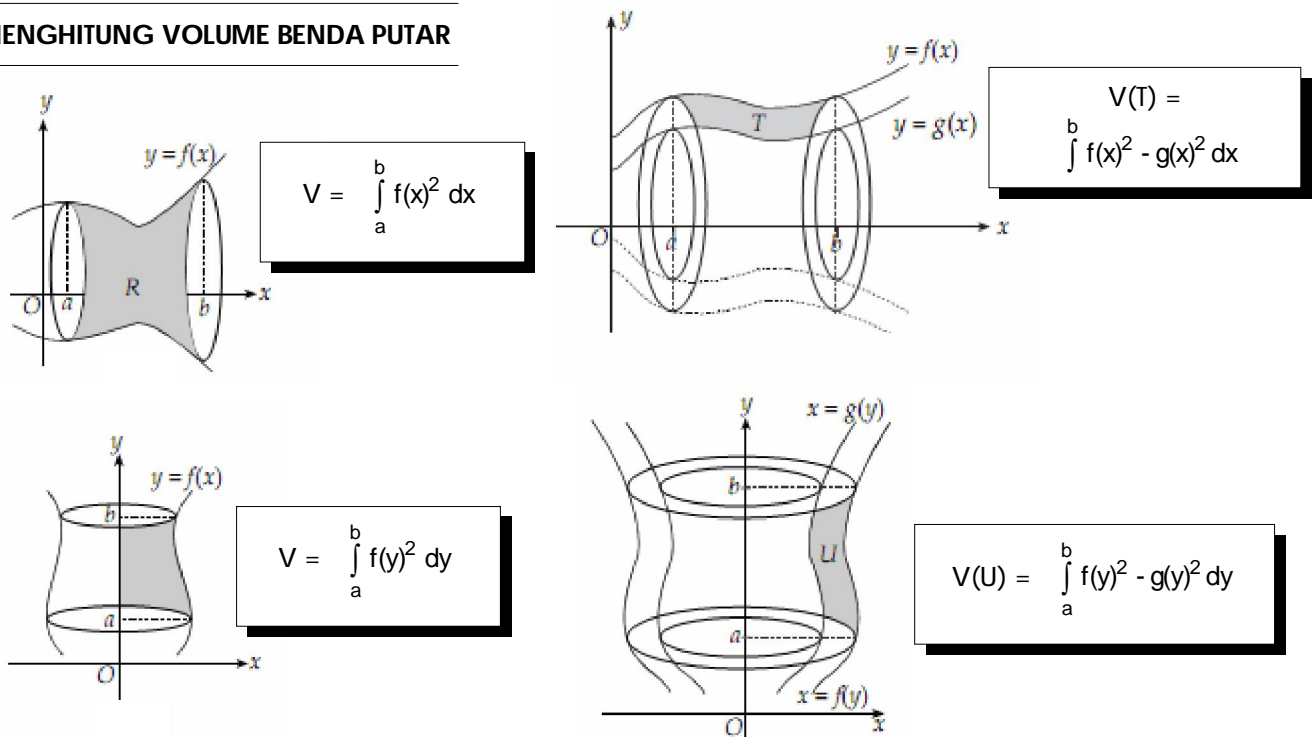
$$(4). \quad \sin ax \sin bx = -\frac{1}{2} [\cos (a + b)x - \cos (a - b)x]$$

MENGHITUNG LUAS DAERAH

Untuk menghitung luas suatu daerah yang dibatasi oleh kurva atau garis dalam suatu selang tertentu dapat digunakan Konsep Integral Reiman (Metode potong, hampiri dan integralkan / metode polygon).



MENGHITUNG VOLUME BENDA PUTAR



Referensi :

1. Purcell, Edwin J. 2003. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta : PT. Gelora Aksara Pratama
2. E.S, Pesta dan Cecep Anwar.2008. *Matematika Aplikasi : Untuk SMA dan MA kelas XII Program Studi IPA*. Jakarta : Pusat Perbukuan Depdiknas.
3. Zaelani, Ahmad, Dkk. 2008. *1700 Bank Soal Bimbingan Pemantapan Matematika*. Bandung : Yrama Widya